

# PISTES DE RÉFLEXION POUR PLANIFIER L'ENSEIGNEMENT ET LE SOUTIEN À OFFRIR AUX ÉLÈVES

Une formation en trois volets est disponible sur la chaîne YouTube du Ministère : [bit.ly/3h3T3dd](http://bit.ly/3h3T3dd)

1

Pour relever les apprentissages qui doivent être réalisés, consultez le programme d'études, dont des extraits suivent, et la progression des apprentissages.

2

Déterminez où en sont chacun et chacune de vos élèves au regard des apprentissages déjà réalisés afin de leur offrir du soutien pour répondre à leurs besoins spécifiques.

3

Ciblez prioritairement les contenus accompagnés d'une ☆ dans la progression des apprentissages.

4

Ciblez ensuite les contenus qui sont accompagnés d'une ➔.

Donnez-vous l'objectif qu'au terme de l'année scolaire, vos élèves :

- aient eu la possibilité de réaliser des apprentissages variés qui couvrent globalement l'ensemble des contenus;
- aient eu des occasions de développer chacune des compétences visées par les programmes d'études dans des contextes signifiants.

Rappelez-vous que :

- vous disposez de la **LÉGITIMITÉ** et des **COMPÉTENCES PROFESSIONNELLES** nécessaires pour :
  - o cerner les besoins de vos élèves;
  - o choisir les moyens et mettre en œuvre les stratégies qui conviennent pour y répondre dans le contexte actuel;
- vous êtes **LES PLUS APTES À DÉTERMINER**, au-delà des contenus déjà acquis, les contenus que vous souhaitez enseigner à vos élèves, consolider ou approfondir, selon ce qui est prescrit dans le Programme de formation de l'école québécoise;
- la **DIFFÉRENCIATION PÉDAGOGIQUE** est un moyen efficace pour répondre aux besoins spécifiques des élèves et du groupe.

L'équipe des programmes d'études en mathématique de la formation générale des jeunes du Ministère est disponible pour répondre à vos questions.

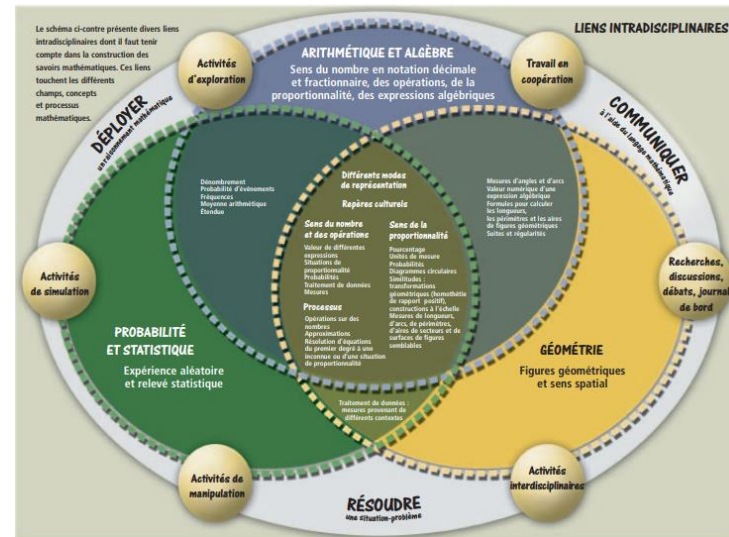
✉ [FGJ-math@education.gouv.qc.ca](mailto:FGJ-math@education.gouv.qc.ca)

En mathématique, les élèves développent trois **COMPÉTENCES** :

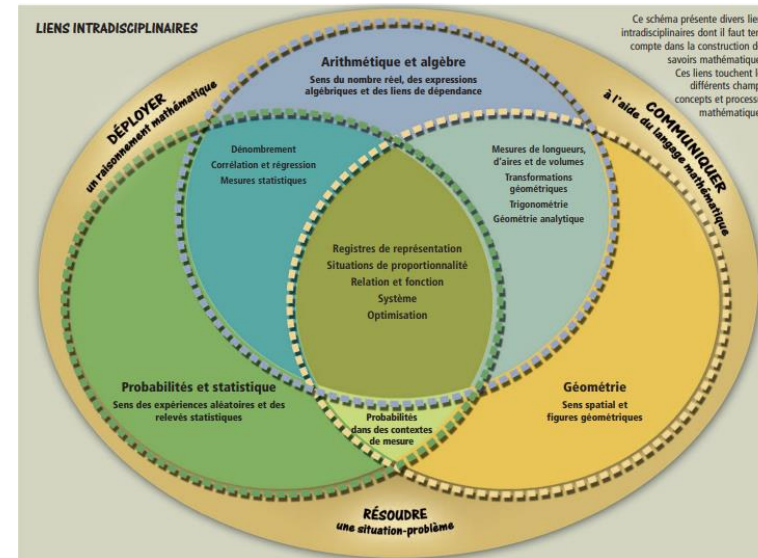
1. Résoudre une situation-problème;
2. Déployer un raisonnement mathématique;
3. Communiquer à l'aide du langage mathématique.

La distinction entre les trois compétences est essentiellement une question d'accent mis sur différentes facettes de l'exercice de la pensée mathématique.

Les schémas ci-dessous présentent divers **LIENS INTRADISCIPLINAIRES** dont il faut tenir compte dans la construction des savoirs mathématiques et le développement des compétences. Ces liens touchent les différents champs, concepts et processus mathématiques **COMMUNS À TOUTES LES ANNÉES DU CYCLE**.



Tiré du PFEQ, Mathématique, 1<sup>er</sup> cycle du secondaire, p. 249.



Tiré du PFEQ, Mathématique, 2<sup>e</sup> cycle du secondaire, p. 50.

Pour une vue d'ensemble complète de l'évolution des principaux concepts et processus de chaque champ mathématique au 2<sup>e</sup> cycle, selon les années et les **SÉQUENCES**, consultez les tableaux des pages 51 à 53.

## Comment optimiser le temps d'enseignement?

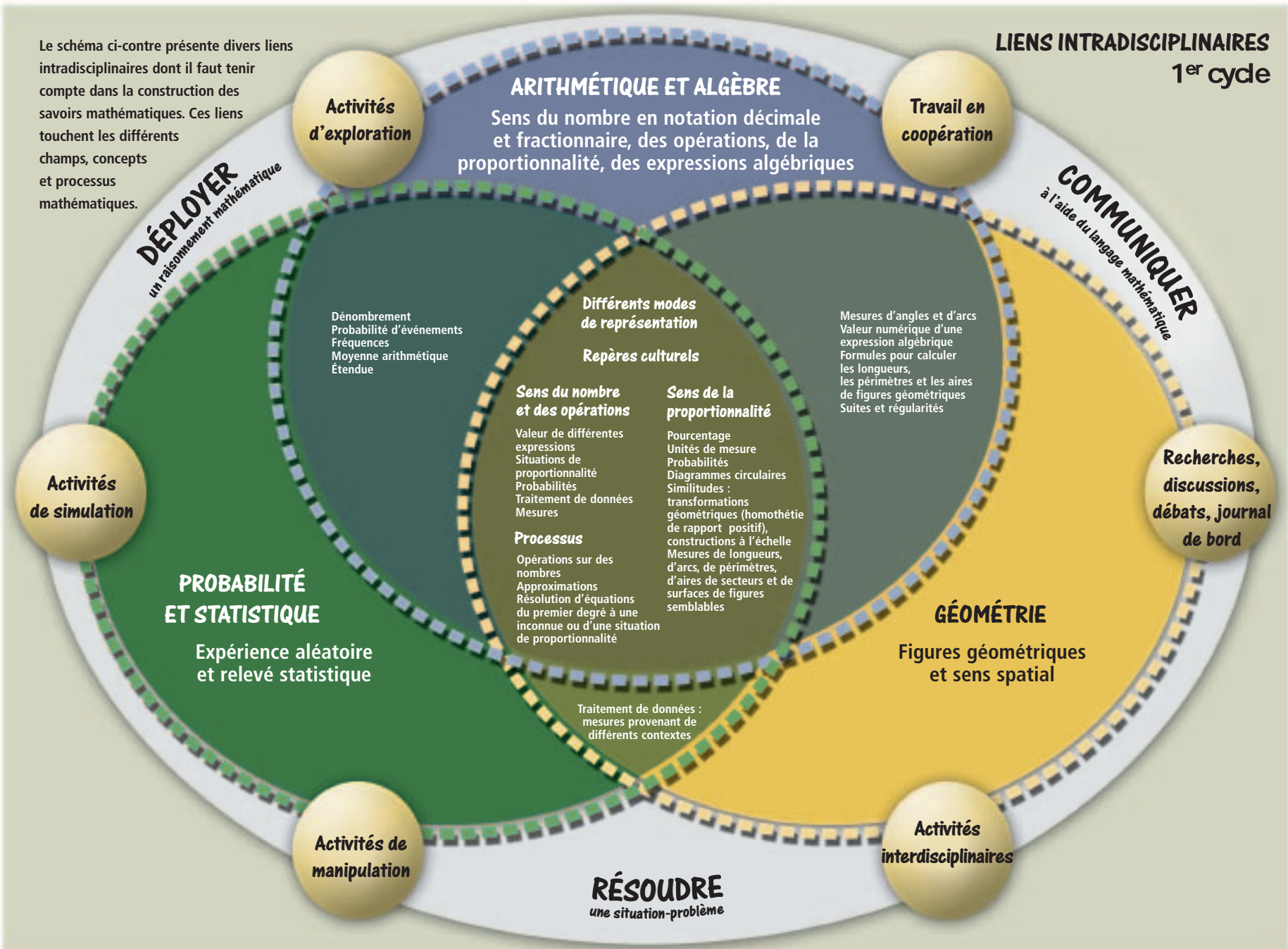
- **ABORDEZ CHACUN DES CHAMPS MATHÉMATIQUES** et, plus précisément, **CHACUN DES THÈMES** présentés dans le schéma du cycle visé (ainsi que dans les tableaux, pour le 2<sup>e</sup> cycle du secondaire) :
  - o **VEILLEZ À METTRE VOS ÉLÈVES EN CONTACT AVEC TOUS LES THÈMES** plutôt que de viser la maîtrise de l'ensemble des concepts et processus mathématiques;
  - o Il ne faut pas oublier que la progression des apprentissages en mathématique prévoit que plusieurs concepts et processus seront **APPROFONDIS OU RÉINVESTIS AU COURS DES ANNÉES SUIVANTES**.
- **OPTEZ POUR DES TÂCHES QUI VISENT À LA FOIS UNE OU DES COMPÉTENCES ET PLUSIEURS CONCEPTS** d'un ou de plusieurs champs mathématiques. Vous optimiserez ainsi le temps d'apprentissage de vos élèves et couvrirez plus largement le programme d'études.



Consultez les documents officiels : [education.gouv.qc.ca/enseignants/pfeq](http://education.gouv.qc.ca/enseignants/pfeq)

Le schéma ci-contre présente divers liens intradisciplinaires dont il faut tenir compte dans la construction des savoirs mathématiques. Ces liens touchent les différents champs, concepts et processus mathématiques.

**LIENS INTRADISCIPLINAIRES**  
1<sup>er</sup> cycle



## ARITHMÉTIQUE ET ALGÈBRE

### Arithmétique<sup>9</sup>

*Le Nombre est un témoin intellectuel qui n'appartient qu'à l'homme...*  
**Honoré de Balzac**

Au primaire, l'élève a développé son sens du nombre et des opérations sur les nombres naturels, les fractions et les nombres décimaux. Il est en mesure de passer de la notation fractionnaire à la notation décimale ou au pourcentage. Il a dégagé les relations entre les opérations ainsi que leurs propriétés. Il sait respecter les priorités des opérations dans des chaînes d'opérations simples. Il a été initié au concept de nombre entier. Il est capable d'effectuer, mentalement ou par écrit, des opérations avec des nombres naturels et des nombres décimaux<sup>10</sup>. Finalement, il a effectué certaines opérations<sup>11</sup> sur les fractions à l'aide d'un matériel concret et de schémas.

Au premier cycle du secondaire, il construit et s'approprie les concepts et les processus suivants :

#### Concepts

##### *Sens du nombre en notation décimale et fractionnaire et sens des opérations*

- Lecture, écriture, représentations variées, régularités, propriétés
- Notations fractionnaire, décimale, exponentielle (exposant entier); pourcentage, racine carrée
- Caractères de divisibilité (par 2, 3, 4, 5, 10)
- Règles des signes pour les nombres écrits en notation décimale
- Relation d'égalité : sens, propriétés et règles de transformation (principe de la balance)
- Opérations inverses : addition et soustraction, multiplication et division, carré et racine carrée
- Propriétés des opérations :
  - Commutativité et associativité
  - Distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction et mise en évidence simple
- Priorité des opérations et utilisation d'au plus deux niveaux de parenthèses dans différents contextes

#### Processus

##### *Différentes formes d'écriture et de représentation*

- Appréciation de l'ordre de grandeur
- Comparaison
- Utilisation de représentations variées (numérique, graphique, etc.)
- Reconnaissance et production d'écritures équivalentes :
  - Décomposition (additive, multiplicative, etc.)
  - Fractions équivalentes
  - Simplification et réduction
- Passage d'une forme d'écriture à une autre, d'une représentation à une autre
- Transformation d'égalités arithmétiques
- Repérage de nombres sur la droite numérique, abscisse d'un point

##### **Note**

On utilise les nombres positifs ou négatifs, en notation décimale ou fractionnaire dans le repérage sur un axe et dans un plan cartésien. Le passage d'une forme d'écriture à une autre se fait à l'aide de nombres positifs.

9. La proportionnalité est traitée à la suite de l'arithmétique.

10. Il existe certaines restrictions relatives à l'ordre de grandeur des nombres naturels et décimaux. À cet égard, on peut se référer au Programme de formation de l'école québécoise du primaire.

11. Pour les additions et les soustractions de fractions, le dénominateur de l'une est un multiple de l'autre. On multiplie une fraction par un nombre naturel seulement. La multiplication et la division de fractions ne sont pas au programme du primaire.

## Concepts (Suite)

### Note

Le programme vise essentiellement l'étude des nombres rationnels positifs et négatifs, écrits en notation décimale ou fractionnaire. L'étude systématique des ensembles de nombres n'est pas retenue pour le premier cycle, mais l'utilisation des termes justes qui ont été employés au primaire est toujours à privilégier (nombres naturels, entiers, décimaux).

Le sens des nombres, des opérations et de l'égalité doit être au cœur des apprentissages.

Selon le contexte ou les besoins, l'élève pourra aussi employer d'autres caractères de divisibilité tels que 6, 9, 12 ou 25.

La connaissance des propriétés des opérations permet d'envisager des écritures équivalentes qui simplifient les calculs et peut libérer d'une dépendance à l'égard de la calculatrice.

La connaissance des priorités des opérations permet de comprendre et d'apprécier l'efficacité de la technologie.

## Processus (Suite)

### Opérations sur des nombres en notation décimale et fractionnaire

- Estimation et arrondissement dans différents contextes
- Recherche d'expressions équivalentes
- Approximation du résultat d'une opération
- Simplification des termes d'une opération
- Calcul mental : les quatre opérations, particulièrement avec les nombres écrits en notation décimale en mettant à profit des écritures équivalentes et les propriétés des opérations
- Calcul écrit : les quatre opérations, avec des nombres facilement manipulables (y compris des grands nombres) et des chaînes d'opérations simples en respectant leur priorité (nombres écrits en notation décimale) et en mettant à profit des écritures équivalentes et les propriétés des opérations

Exemples (pour le calcul mental ou écrit) :

$$15 \times 102 = 15(100 + 2) = 15 \times 100 + 15 \times 2 = 1\,500 + 30 = 1\,530$$

$$2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} = 2 \times 3 + 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times 3 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = 6 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = 7\frac{7}{8}$$

$$3,5 \times 6 - 3,5 \times 4 = 3,5(6 - 4) = 7$$

- Utilisation d'une calculatrice : opérations et chaînes d'opérations en respectant leur priorité

### Note

Dans les opérations, l'utilisation des nombres négatifs se limite aux nombres écrits en notation décimale.

L'élève utilise un outil technologique pour les opérations dans lesquelles les diviseurs ou les multiplicateurs ont plus de deux chiffres.

Pour le calcul écrit, la compréhension et la maîtrise des processus doivent primer plutôt que la complexité des calculs. L'élève deviendra apte à utiliser la technologie au moment opportun.

## Éléments de méthode

La mathématisation de situations, l'anticipation de résultats numériques d'opérations et l'interprétation de résultats selon le contexte contribuent au développement du sens du nombre et des opérations.

L'élève visualise, au besoin, les opérations à l'aide de matériel concret, tel que des bandes de papier et des tuiles algébriques, ou de matériel semi-concret, comme la droite numérique. Il donne du sens aux opérations sur les nombres lorsqu'il les utilise régulièrement sous différentes formes : mentalement, par écrit ou à l'aide d'une calculatrice. Le sens des opérations s'acquiert également dans des contextes variés. Par exemple, l'addition et la soustraction peuvent s'utiliser dans des situations de réunion, de comparaison ou de transformation. La multiplication peut servir dans les cas de comparaison, de combinaison ou d'arrangement rectangulaire et la division, dans des situations de partage ou de contenance.

## Concepts

### Sens de la proportionnalité

- Rapport et taux
  - Rapports et taux équivalents
  - Taux unitaire
- Proportion
  - Égalité de rapports et de taux
  - Rapport et coefficient de proportionnalité
- Variation directe ou inverse

## Processus

### Traitement d'une situation de proportionnalité

- Comparaison de rapports et de taux
- Reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique
- Résolution d'une situation de proportionnalité
- Repérage de couples de nombres dans le plan cartésien (abscisse et ordonnée d'un point)

## Éléments de méthode

Le développement du raisonnement proportionnel est fondamental et ses applications sont nombreuses tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la discipline. Par exemple, l'élève utilise les pourcentages (calcul du tant pour cent et du cent pour cent) dans des situations relatives à la consommation, à la probabilité et à la statistique. Dans le contexte des représentations graphiques, il effectue, entre autres, des constructions à l'échelle et construit également des diagrammes circulaires. Il recherche des valeurs manquantes dans des situations algébriques ou géométriques telles que les similitudes, les longueurs d'arcs, les aires de secteurs et les transformations d'unités.

Le sens de la proportionnalité peut se développer chez l'élève lorsqu'il interprète des rapports ou des taux dans des contextes variés ou lorsqu'il les compare qualitativement ou quantitativement (ex.  $a$  est plus foncé que  $b$ ,  $c$  est moins concentré que  $d$ ) et décrit l'effet d'une modification d'un terme, d'un rapport ou d'un taux. Lorsque l'élève est en mesure de reconnaître une situation de proportionnalité, il peut la traduire à l'aide d'une proportion. Il la résout en ayant recours notamment à des stratégies multiplicatives qu'il a élaborées, telles que le retour à l'unité, la recherche d'un facteur de changement, la recherche du rapport ou du coefficient de proportionnalité, le procédé additif ou mixte, etc. Un minimum de trois couples est nécessaire pour analyser une situation de proportionnalité à partir d'une table de valeurs.

Exemples :

Quantité du produit A	2	4	6	10
Quantité du produit B	6	12	18	?

Retour à l'unité : Pour 1 unité du produit A, on a 3 unités du produit B ( $12 \div 4$ );  
pour 10 unités du produit A, on aura alors ( $10 \times 3$ ) unités du produit B.

Facteur de changement : Le facteur permettant le passage de 4 à 10 est 2,5; on applique ce facteur à 12.

Coefficient de proportionnalité : Le facteur permettant le passage de 4 à 12 est 3; on applique ce facteur à 10.

Procédé additif : Puisque  $4:12 = 6:18$ , alors  $\frac{4}{12} = \frac{6}{18} = \frac{4+6}{12+18} = \frac{10}{30}$

## Algèbre

*L'algèbre figure ici non pas comme une structure parmi d'autres mais comme l'instrument mathématique [...] auquel on ramène l'étude des problèmes de toutes sortes...*

*Seymour Papert*

Au primaire, par ses diverses activités mathématiques, l'élève a été initié, à son insu, à des préalables à l'algèbre. Mentionnons notamment la recherche de termes manquants par l'utilisation des propriétés des opérations et des relations entre elles, l'appropriation du sens des relations d'égalité et d'équivalence, l'utilisation des priorités des opérations et la recherche de régularités dans différents contextes.

Au premier cycle du secondaire, il construit et s'approprie les concepts et les processus suivants :

### Concepts

#### *Sens des expressions algébriques*

- Expression algébrique
  - Variable
  - Coefficient
  - Degré
  - Terme, termes semblables
- Égalité, équation et inconnue
- Équation du premier degré à une inconnue se ramenant à la forme  $ax + b = cx + d$

### Processus

- Construction d'une expression algébrique
- Reconnaissance et recherche d'expressions algébriques équivalentes
- Évaluation numérique d'une expression algébrique
- Manipulation d'expressions algébriques
  - Addition et soustraction
  - Multiplication et division par une constante
  - Multiplication de monômes de degré 1
- Résolution d'équations du premier degré à une inconnue
  - Validation de la solution obtenue par substitution
- Représentation globale d'une situation par un graphique

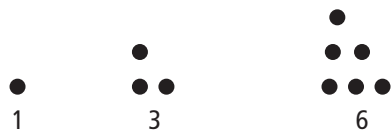
#### Note

Les coefficients et les termes constants des expressions algébriques sont des nombres écrits en notation décimale ou fractionnaire. Le choix de la notation dépend de la situation. Par exemple, les nombres en notation fractionnaire ayant un développement décimal périodique (ex.  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{7}$ , ...) et ceux permettant des simplifications ne devraient pas être transformés en notation décimale.

## Éléments de méthode

Pour construire sa pensée algébrique, l'élève observe des régularités issues de situations diverses et représentées de différentes façons, comme des dessins, des tables de valeurs et des graphiques. Pour introduire les idées de variable, de dépendance entre des variables et de généralisation à l'aide d'une règle, l'utilisation de suites de nombres constitue un moyen privilégié. Par exemple, on peut utiliser les nombres polygonaux ou différentes situations géométriques pour généraliser à l'aide d'une ou de plusieurs règles équivalentes.

Exemples :



$$\frac{n \times (n+1)}{2}$$

L'expression correspond au nombre de points.

Note : Dans cet exemple, l'élève mobilise le concept d'aire et il n'a pas à développer cette expression.



$$1 + n \times 3$$

$$4 + (n-1) \times 3$$

Les expressions correspondent au nombre de segments.

$$n \times 4 - (n-1) \times 1$$

La traduction de l'énoncé d'un problème à l'aide d'une ou de plusieurs expressions algébriques ou équations est une action liée à la résolution de problèmes. L'élève doit être exposé à une très grande diversité de situations pour être habile à le faire. Inversement, le fait de produire un énoncé à partir d'une expression algébrique, ou un problème à partir d'une équation, lui permettra d'en saisir toutes les nuances. Pour faciliter sa compréhension, il peut également représenter une situation-problème à l'aide d'un dessin, d'une table de valeurs ou d'un graphique. Il est aussi en mesure d'observer et d'interpréter des représentations graphiques de situations concrètes.

Dans le cas des manipulations algébriques, l'élève utilise, au besoin, des dessins ou des arrangements rectangulaires, par exemple en ce qui concerne la multiplication de monômes. Il est amené à faire des liens intradisciplinaires et interdisciplinaires et à effectuer des transferts en manipulant des expressions algébriques dans des situations telles que la résolution d'une proportion, le calcul de périmètres ou d'aires ou encore l'utilisation de formules dans un tableur. Ces manipulations se font au moment de la substitution de valeurs numériques et de la résolution d'équations.

Lorsque l'élève substitue des valeurs numériques dans une expression algébrique pour calculer une valeur, ou dans une équation pour valider sa solution, il réinvestit les propriétés des opérations arithmétiques. De plus, lorsqu'il résout une équation, il choisit une méthode appropriée : essais et erreurs, dessins, méthodes arithmétiques (opérations inverses ou équivalentes), méthodes algébriques (principe de la balance, méthode du terme caché).

Les conjectures énumérées ci-dessous représentent des exemples que l'on peut proposer à l'élève pour qu'il exerce son raisonnement dans un contexte arithmétique et algébrique. Le but est de l'amener à justifier les étapes de son raisonnement lorsqu'il conclut que des conjectures sont vraies ou à produire un contre-exemple lorsqu'il juge qu'elles sont fausses.

- La somme de deux nombres naturels consécutifs est impaire.
- La somme d'une suite de nombres impairs consécutifs commençant par 1 est un nombre carré.
- La somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.
- Un nombre carré est la somme de deux nombres triangulaires consécutifs.
- Soit trois nombres consécutifs, la différence entre le carré du deuxième et le produit du premier et du troisième est 1.
- Le produit de deux nombres strictement positifs est supérieur ou égal à chacun de ces deux nombres.
- Si un nombre entier est pair, alors il se termine par le chiffre 2.
- Si un nombre entier se termine par le chiffre 2, alors c'est un nombre pair.

## PROBABILITÉ ET STATISTIQUE

### Probabilité

*La vie est une école de probabilité.*

*Walter Bagehot*

Au primaire, l'élève a fait des expériences liées au concept de hasard. Il a prédit qualitativement des résultats en se familiarisant avec les concepts de résultat certain, de résultat possible, de résultat impossible, d'événement plus probable, d'événement également probable et d'événement moins probable. Il a dénombré les résultats d'une expérience aléatoire à l'aide de tableaux et de diagrammes en arbre et a comparé des résultats obtenus avec des résultats théoriques connus.

Au premier cycle du secondaire, il construit et s'approprie les concepts et les processus suivants :

#### Concepts

##### *Expérience aléatoire*

- Expérience aléatoire
  - Expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes (avec ou sans remise, avec ou sans ordre)
  - Résultats d'une expérience aléatoire
  - Univers des résultats possibles
- Événement
  - Événement certain, probable, impossible, élémentaire
  - Événements complémentaires, compatibles, incompatibles, dépendants, indépendants
- Probabilité théorique et probabilité fréquentielle

#### Processus

##### *Traitement de données tirées d'expériences aléatoires*

- Dénombrement des possibilités par la mise à profit de différents modes de représentation : arbre, réseau, grille, etc.
- Calcul de la probabilité d'un événement

##### **Note**

Dans la construction de sa pensée probabiliste, l'élève est initié au langage ensembliste, que l'on considère comme un outil de compréhension et de communication.

### Éléments de méthode

L'étude de la probabilité est une occasion de varier les activités et de dynamiser l'apprentissage. Les expériences, les situations concrètes, les jeux et l'utilisation de diagrammes, de graphiques et de schémas facilitent, par leur apport visuel, l'apprentissage et la compréhension de phénomènes aléatoires. La répétition d'une expérience permet d'assimiler certains concepts liés aux phénomènes dans lesquels intervient le hasard. Ce n'est souvent que grâce à de nombreuses simulations que l'élève peut traiter des phénomènes non équiprobables, prendre conscience de la portée de certaines affirmations ou déceler un éventuel trucage dans les règlements d'un jeu, dans un pari ou dans le résultat d'un sondage.

L'élève développe sa pensée probabiliste par l'expérimentation. La vérification de la réalisation de ses prédictions l'intéresse. Il se pose un certain nombre de questions durant les activités de simulation et découvre des relations entre des faits jugés pertinents. La diversité des activités qu'on lui propose lui permet de discuter, de réajuster ses idées et de dégager lui-même des modèles. C'est en analysant et en interprétant des probabilités obtenues dans le but de prendre des décisions ou de faire des prédictions qu'il développe son esprit critique.

L'élève illustre et dénombre les différentes possibilités d'une expérience aléatoire, notamment à l'aide d'arbres, de réseaux ou de grilles. Ces différentes représentations lui permettent de déduire la règle de multiplication appropriée dans les cas où les possibilités sont trop nombreuses. De plus, les diagrammes en arbre l'aident à illustrer les probabilités des expériences aléatoires et à calculer celles de différents événements.

*Programme de formation de l'école québécoise*



## Statistique

*La statistique est le seul outil permettant d'effectuer une percée dans le formidable enchevêtrement de difficultés qui barre le passage à ceux qui sont en quête de la connaissance de l'Homme.*

*Sir Francis Galton*

Au primaire, l'élève a réalisé des sondages : il a appris à formuler des questions, à faire une collecte de données et à les organiser à l'aide de tableaux. Il a aussi interprété et représenté des données à l'aide de diagrammes à bandes, à pictogrammes et à ligne brisée. Il a interprété des diagrammes circulaires et a calculé la moyenne arithmétique d'une distribution.

Au premier cycle du secondaire, il construit et s'approprié les concepts et les processus suivants :

### Concepts

#### *Relevé statistique*

- Population, échantillon
  - Sondage, recensement
  - Échantillon représentatif
  - Méthodes d'échantillonnage : aléatoire simple, systématique
  - Sources de biais
- Données
  - Caractère qualitatif
  - Caractère quantitatif discret ou continu
- Tableau : caractères, effectifs, fréquences
- Lecture de représentations graphiques : diagramme à bandes, diagramme à ligne brisée, diagramme circulaire
- Moyenne arithmétique
- Étendue

### Processus

#### *Traitement de données tirées de relevés statistiques*

- Réalisation d'un sondage ou d'un recensement
  - Détermination de la population ou de l'échantillon
  - Collecte de données
- Organisation et choix de certains outils permettant de rendre compte des données recueillies
  - Construction de tableaux
  - Construction de représentations graphiques : diagramme à bandes, diagramme à ligne brisée, diagramme circulaire
  - Mise en évidence de certains aspects de l'information pouvant être dégagés d'un tableau ou d'une représentation graphique (ex. le minimum, le maximum, l'étendue, la moyenne)

## Éléments de méthode

La statistique contribue au développement du jugement critique de l'élève. Pour être en mesure de tirer des conclusions ou de prendre des décisions éclairées en s'appuyant sur les résultats d'une étude ou d'une recherche, l'élève doit connaître toutes les étapes de la réalisation d'un sondage. Pour ce faire, il peut s'exercer à appliquer chacune de ces étapes à partir d'une problématique qu'il a ciblée et qui est issue de contextes intradisciplinaires ou interdisciplinaires. Il conçoit un questionnaire et choisit un échantillon représentatif de la population étudiée. Il recueille des données, les organise à l'aide d'un tableau, les représente sous forme de diagrammes et en dégage des informations pour interpréter et analyser les résultats obtenus. Il choisit le ou les diagrammes qui permettent d'illustrer la situation d'une façon appropriée et compare, s'il y a lieu, des distributions.

## Repères culturels

Les situations où il faut dégager le concept de hasard, interpréter des probabilités ou comprendre des statistiques sont nombreuses et variées. Les activités d'apprentissage en mathématique peuvent être l'occasion d'une sensibilisation à l'origine et à l'évolution des expériences aléatoires, du calcul des probabilités et du développement de la statistique. Elles offrent aussi à l'élève la possibilité de s'intéresser aux mathématiciens ayant contribué à leur essor et de l'amener à faire une analyse critique des jeux de hasard. Elles peuvent enfin ouvrir sur l'évolution au fil du temps du rapport de l'homme aux événements reliés à ce champ.

# GÉOMÉTRIE

*La géométrie est une habileté des yeux, des mains et de l'esprit.*

*Jean Pedersen*

Au primaire, l'élève a repéré des nombres sur un axe et dans le plan cartésien. Il a construit et comparé différents solides (prisme, pyramide, boule, cylindre et cône), étudiant plus particulièrement les prismes et les pyramides. Il a reconnu le développement de polyèdres convexes et a expérimenté la relation d'Euler. Il a décrit et classifié des quadrilatères et des triangles. Il connaît les éléments relatifs au cercle (rayon, diamètre, circonférence, angle au centre). Il a observé et produit des frises et des dallages à l'aide de réflexions et de translations. Finalement, il a estimé et déterminé différentes mesures : longueur, angle, surface, volume, capacité, masse, temps et température.

Au premier cycle du secondaire, il construit et s'approprié les concepts et les processus suivants :

## Concepts

### *Figures géométriques<sup>12</sup> et sens spatial*

- Figures planes
  - Triangles, quadrilatères et polygones réguliers convexes
    - Segments et droites remarquables : bissectrice, médiatrice, médiane, hauteur
    - Base, hauteur
  - Cercle, disque et secteur
    - Rayon, diamètre, corde, arc
    - Angle au centre
  - Mesure
    - Angle et arc en degrés
    - Longueur
    - Périmètre, circonférence
    - Aire, aire latérale, aire totale
    - Choix de l'unité de mesure pour les longueurs ou les aires
    - Relations entre les unités de longueur du SI<sup>13</sup>
    - Relations entre les unités d'aire du SI
- Angles
  - Complémentaires, supplémentaires
  - Créés par deux droites sécantes : opposés par le sommet, adjacents
  - Créés par une droite sécante à deux autres droites : alternes-internes, alternes-externes, correspondants

## Processus

- Constructions géométriques
- Transformations géométriques
  - Translation, rotation, réflexion
  - Homothétie de rapport positif
- Recherche de mesures manquantes
  - Angles
    - Mesures manquantes dans différents contextes
  - Longueurs
    - Périmètre d'une figure plane
    - Circonférence d'un cercle et longueur d'un arc
    - Périmètre d'une figure provenant d'une similitude
    - Segments provenant d'une isométrie ou d'une similitude
    - Mesure manquante d'un segment d'une figure plane
  - Aires
    - Aire de polygones décomposables en triangles et en quadrilatères
    - Aire de disques et de secteurs
    - Aire de figures décomposables en disques, en triangles ou en quadrilatères
    - Aire latérale ou totale de prismes droits, de cylindres droits ou de pyramides droites
    - Aire latérale ou totale de solides décomposables en prismes droits, en cylindres droits ou en pyramides droites

12. Dans un espace géométrique dont la dimension est donnée (0, 1, 2 ou 3), une figure géométrique est un ensemble de points servant à représenter un objet géométrique tel qu'un point, une droite, une courbe, un polygone, un polyèdre.

13. Système international d'unités.

### Concepts (Suite)

- Solides<sup>14</sup>
  - Prismes droits, pyramides droites et cylindres droits
  - Développements possibles d'un solide
  - Solides décomposables
- Figures isométriques et semblables

### Processus (Suite)

#### Note

Les processus liés aux transformations et aux constructions géométriques servent à construire des concepts et à dégager des invariants et des propriétés afin de les réinvestir dans différents contextes et de développer le sens spatial. Elles peuvent être réalisées à l'aide d'instruments de géométrie ou de logiciels appropriés dans le plan euclidien. Les transformations géométriques dans le plan cartésien ne sont pas retenues au premier cycle.

Lors de la recherche de mesures manquantes, l'élève est occasionnellement invité à effectuer des transferts dans des problèmes plus complexes, c'est-à-dire ceux qui nécessitent la décomposition d'un problème en sous-problèmes, par exemple le calcul de l'aire de figures décomposables. De ce fait, il gère un problème qui comporte plusieurs étapes. Il met aussi à profit le développement d'un solide. De plus, il utilise des relations et des propriétés connues. Il met en œuvre des processus arithmétiques et algébriques ainsi qu'un raisonnement proportionnel.

14. Dans le présent programme, on approfondit le développement du sens spatial entrepris au primaire. À cet égard, on se réfère aux *processus* et aux *éléments de méthode*.

### Éléments de méthode : concepts

Les énoncés que l'on trouve à la fin de cette section sont indiqués à titre d'exemples; on peut les proposer à l'élève pour qu'il exerce son raisonnement dans un contexte géométrique. Les propriétés étudiées, sans pour autant qu'il les ait démontrées, doivent constituer des conclusions que l'élève est amené à établir à partir d'activités d'exploration qui sollicitent, entre autres, son sens spatial ainsi que sa connaissance des propriétés des transformations géométriques. Ces énoncés l'aident à justifier sa démarche lorsqu'il résout une situation-problème ou qu'il déploie un raisonnement mathématique. Afin de l'initier au raisonnement déductif, on lui montre comment déduire des propriétés à l'aide d'un raisonnement rigoureux et à partir de définitions ou de propriétés déjà établies. (Les énoncés 17, 19, 24 et 25 à la page 261 peuvent être utilisés à cette fin.)

L'utilisation des transformations du plan doit être considérée comme un moyen dynamique de construire des concepts géométriques et d'en dégager des propriétés et des relations qui pourront éventuellement être réinvesties. Les opérations faites par l'élève pour réaliser une construction favorisent l'acquisition des concepts fondamentaux de parallélisme, de perpendicularité et d'angle. Les nombreuses observations qu'il peut faire à partir d'une construction lui permettent également d'explorer les propriétés des transformations géométriques. Par exemple, les translations, les réflexions et les rotations introduisent l'idée d'isométrie et l'homothétie de rapport positif, l'idée de similitude. Les constructions de type « papier-crayon » et l'utilisation de matériel concret ou de logiciels de géométrie dynamique sont également des moyens de construire des concepts géométriques.

Pour développer son sens spatial en trois dimensions, un apprentissage qui nécessite du temps, l'élève représente des solides à l'aide d'un dessin à main levée. Il identifie des solides soit par leurs développements ou par leurs représentations dans le plan. Il reconnaît des figures planes obtenues en sectionnant un solide à l'aide d'un plan.

### Éléments de méthode : processus

Les formules nécessaires en mesure sont construites par l'élève à partir d'activités qui font appel à divers moyens tels que la construction de type « papier-crayon », l'utilisation de logiciels appropriés et la manipulation d'expressions algébriques.

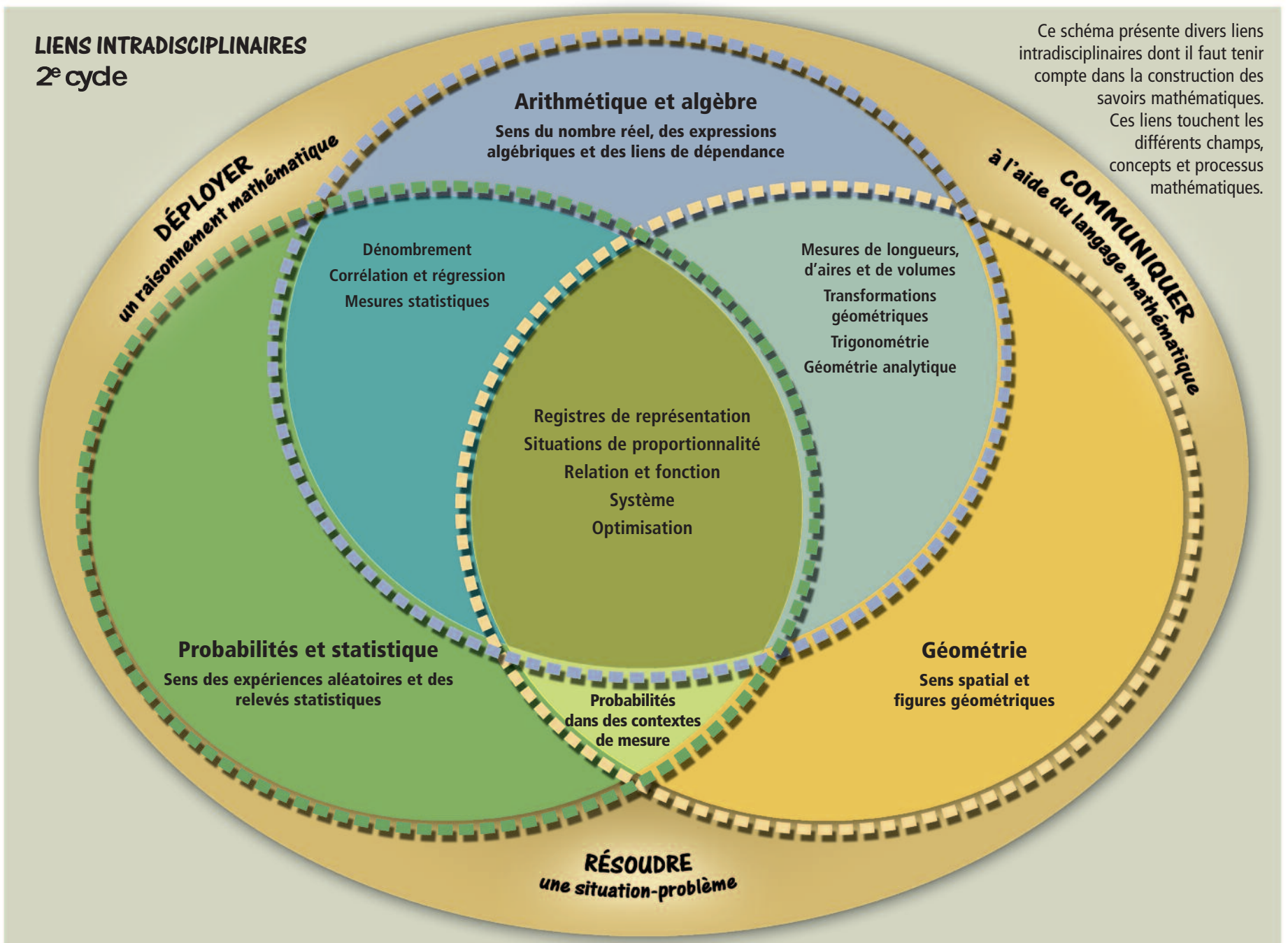
Dans le développement de son sens de la mesure, l'élève construit les concepts de périmètre et d'aire. Pour ce faire, il est amené à comparer des périmètres et des aires dans différents contextes. De plus, il peut émettre des conjectures sur l'effet de la modification d'un paramètre dans une formule, par exemple : « Qu'arrive-t-il au périmètre d'un rectangle si ses dimensions sont doublées? Qu'arrive-t-il à l'aire d'un disque si on double le rayon? Qu'arrive-t-il à l'aire d'un rectangle si la longueur de sa base est doublée, triplée ou diminuée de moitié? »

Afin de déterminer une mesure manquante et de justifier les étapes de sa démarche, l'élève s'appuie sur des définitions et des propriétés plutôt que sur le mesurage. Il met à profit des concepts et des processus liés à l'arithmétique, à l'algèbre et à la proportionnalité.

La richesse de la géométrie réside dans le fait qu'elle est réinvestie dans l'appropriation des concepts, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la discipline. Par exemple, l'élève se sert des concepts géométriques pour représenter des nombres, des opérations et des expressions algébriques. Les concepts de similitude et de proportionnalité sont mobilisés dans différentes représentations graphiques. De plus, le contexte géométrique, qui sollicite le concept d'aire, permet de créer des situations favorables au calcul de probabilités.

**LIENS INTRADISCIPLINAIRES**  
2<sup>e</sup> cycle

Ce schéma présente divers liens intradisciplinaires dont il faut tenir compte dans la construction des savoirs mathématiques. Ces liens touchent les différents champs, concepts et processus mathématiques.



Les tableaux qui suivent présentent, pour chaque champ mathématique, les concepts introduits à chacune des années du cycle.

## ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS À L'ARITHMÉTIQUE ET À L'ALGÈBRE AU 2<sup>e</sup> CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève développe différents types de pensée. Il passe de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Par exemple, le statut du signe d'égalité évolue, dans son esprit, de l'annonce d'un résultat vers la relation d'équivalence. Il approfondit ainsi son sens du nombre, des opérations et de la proportionnalité, et il développe son habileté à modéliser des situations. Les contextes qui lui sont proposés sont sources d'images mentales permettant le développement de ces divers sens. Au fil des années, il améliore aussi sa capacité à évoquer une situation en faisant appel à plusieurs registres de représentation. Par exemple, les fonctions peuvent être représentées graphiquement ou sous forme de tableau ou de règle, et chacune de ces représentations est porteuse d'un point de vue qui lui est propre, complémentaire ou équivalente aux autres.

DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE			
1 <sup>re</sup> année	<p><b>Nombres réels : rationnels et irrationnels; cube et racine cubique</b></p> <p><b>Relation d'inégalité</b></p>	<p><b>Relation, fonction et réciproque</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Variable dépendante et variable indépendante</li> <li>– Fonction polynomiale de degré 0 ou 1 et système d'équations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables de la forme <math>y = ax + b</math>, fonction rationnelle de la forme <math>f(x) = \frac{k}{x}</math> ou <math>xy = k</math></li> </ul>	
2 <sup>e</sup> année	<p><b>Séquence Culture, société et technique</b></p> <p><b>Relation, fonction et réciproque</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Fonction réelle : polynomiale de degré inférieur à 3, exponentielle, périodique, en escalier, définie par parties</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'équations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> </ul>	<p><b>Séquence Technico-sciences</b></p> <p><b>Expressions arithmétique et algébrique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Nombres réels : radicaux, puissances de base 2 et 10</li> <li>– Inéquation du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> </ul> <p><b>Relation, fonction et réciproque</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme canonique), exponentielle, partie entière, périodique, en escalier, définie par parties</li> <li>– Paramètre multiplicatif</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'équations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> </ul>	<p><b>Séquence Sciences naturelles</b></p> <p><b>Expression algébrique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Identité algébrique, équation et inéquation du 2<sup>e</sup> degré à une ou deux variables</li> </ul> <p><b>Fonction réelle</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Fonction en escalier (partie entière); polynomiale de degré 2 (formes canonique, générale et factorisée)</li> <li>– Paramètre</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'équations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> <li>– Système composé d'une équation du 1<sup>er</sup> degré et d'une équation du 2<sup>e</sup> degré à deux variables</li> </ul>
	<p><b>Expression arithmétique et algébrique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Inéquation du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> <li>– Nombres réels : puissance et logarithme, définition et changement de base</li> </ul> <p><b>Mathématiques financières</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Taux d'intérêt, période d'intérêt, actualisation (valeur actuelle), capitalisation (valeur future)</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> </ul>	<p><b>Relation, fonction et réciproque</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme générale, canonique et factorisée), rationnelle, sinusoidale, tangente (ainsi que les fonctions introduites l'année précédente et leurs réciproques)</li> <li>– Paramètre additif</li> <li>– Opérations sur les fonctions</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> <li>– Système d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels</li> </ul>	<p><b>Expressions arithmétique et algébrique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Nombres réels : valeur absolue, radicaux, exposants et logarithmes</li> </ul> <p><b>Relation, fonction et réciproque</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Fonction réelle : valeur absolue, racine carrée, rationnelle, exponentielle, logarithmique, sinusoidale, tangente, définie par parties</li> <li>– Opérations sur les fonctions</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> <li>– Système d'équations du 2<sup>e</sup> degré (en relation avec les coniques)</li> </ul>
3 <sup>e</sup> année	<p><b>Expression arithmétique et algébrique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Inéquation du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> <li>– Nombres réels : puissance et logarithme, définition et changement de base</li> </ul> <p><b>Mathématiques financières</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Taux d'intérêt, période d'intérêt, actualisation (valeur actuelle), capitalisation (valeur future)</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> </ul>	<p><b>Relation, fonction et réciproque</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme générale, canonique et factorisée), rationnelle, sinusoidale, tangente (ainsi que les fonctions introduites l'année précédente et leurs réciproques)</li> <li>– Paramètre additif</li> <li>– Opérations sur les fonctions</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> <li>– Système d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels</li> </ul>	<p><b>Expressions arithmétique et algébrique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Nombres réels : valeur absolue, radicaux, exposants et logarithmes</li> </ul> <p><b>Relation, fonction et réciproque</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Fonction réelle : valeur absolue, racine carrée, rationnelle, exponentielle, logarithmique, sinusoidale, tangente, définie par parties</li> <li>– Opérations sur les fonctions</li> </ul> <p><b>Système</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Système d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à deux variables</li> <li>– Système d'équations du 2<sup>e</sup> degré (en relation avec les coniques)</li> </ul>

## ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS AUX PROBABILITÉS ET À LA STATISTIQUE AU 2<sup>e</sup> CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève développe sa pensée probabiliste et statistique. En ce qui concerne la compréhension des probabilités, il passe d'un raisonnement subjectif, souvent arbitraire, à un raisonnement basé sur différents calculs. Il s'approprie des outils pour traiter des données recueillies, en tirer des informations et exercer son jugement critique afin de découvrir d'éventuelles sources de biais. La statistique descriptive offre à l'élève une diversité de concepts lui permettant de s'initier aux inférences. À la fin du secondaire, il est conscient de la variabilité de l'échantillon ainsi que des limites et des contraintes associées à l'échantillonnage d'une population.

<b>DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE</b>			
<b>1<sup>re</sup> année</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Variable aléatoire discrète et variable aléatoire continue</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Distribution à un caractère</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Méthode d'échantillonnage : stratifié, par grappes</li> <li>– Représentation graphique : histogramme et diagramme de quartiles</li> <li>– Mesures de tendance centrale : mode, médiane, moyenne pondérée</li> <li>– Mesure de dispersion : étendue des quarts</li> </ul>		
<b>2<sup>e</sup> année</b>	<p style="text-align: center;"><b>Séquence Culture, société et technique</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Distribution à un caractère</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Mesure de position : rang centile</li> <li>– Mesure de dispersion : écart moyen</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Distribution à deux caractères</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Corrélation linéaire : coefficient de corrélation et droite de régression</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Séquence Technico-sciences</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Probabilité conditionnelle</li> <li>– Équité : chance, espérance mathématique</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Distribution à un caractère</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Mesures de dispersion : écart moyen, écart type</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Distribution à deux caractères</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Corrélation linéaire et autre : coefficient de corrélation, droite de régression et courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Séquence Sciences naturelles</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Distribution à deux caractères</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Corrélation linéaire : coefficient de corrélation et droite de régression</li> </ul>
	<b>3<sup>e</sup> année</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Probabilité subjective</li> <li>– Probabilité conditionnelle</li> <li>– Équité : chance, espérance mathématique</li> </ul>	

## ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS À LA GÉOMÉTRIE ET AUX GRAPHES AU 2<sup>e</sup> CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève passe d'une géométrie intuitive, basée sur l'observation, à une géométrie déductive. C'est par les constructions et leur explicitation qu'il découvre les propriétés des figures. Petit à petit, il se dégage de la prise de mesures comme base de ses raisonnements pour recourir plutôt à la déduction. En s'appuyant sur des données, des hypothèses de départ ou des propriétés admises, il démontre des conjectures non évidentes qui servent, à leur tour, à en prouver de nouvelles.

DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE			
<b>1<sup>re</sup> année</b>	<p style="text-align: center;"><b>Solides</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Développement, projection et perspective</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Mesure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Volume; unités de volume du SI; relations entre elles</li> </ul>		
<b>2<sup>e</sup> année</b>	<p style="text-align: center;"><b>Séquence Culture, société et technique</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Géométrie analytique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Accroissement : distance, pente, point de partage</li> <li>– Droite et demi-plan : droites parallèles et perpendiculaires</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Mesure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Relations dans le triangle : sinus, cosinus, tangente, loi des sinus et formule de Héron</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Séquence Technico-sciences</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Géométrie analytique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Distance entre deux points</li> <li>– Coordonnées d'un point de partage</li> <li>– Droite : équation, pente, droites parallèles et perpendiculaires, médiatrices</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Mesure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Séquence Sciences naturelles</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Figures équivalentes</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Géométrie analytique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Droite et distance entre deux points</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Mesure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Relations métriques et trigonométriques dans le triangle (sinus, cosinus, tangente, lois des sinus et des cosinus)</li> </ul>
<b>3<sup>e</sup> année</b>	<p style="text-align: center;"><b>Figures équivalentes</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Mesure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Relation dans le triangle : loi des cosinus</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Figures équivalentes</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Géométrie analytique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Lieu géométrique, position relative : lieux plans et coniques</li> <li>– Cercle trigonométrique et identité trigonométrique</li> <li>– Vecteur (résultante et projection)</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Mesure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Relations métriques dans le cercle et trigonométriques dans le triangle : lois des sinus et des cosinus</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Géométrie analytique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Cercle trigonométrique et identité trigonométrique</li> <li>– Vecteur</li> <li>– Conique : <ul style="list-style-type: none"> <li>• parabole</li> <li>• cercle, ellipse et hyperbole centrés à l'origine</li> </ul> </li> </ul>
<b>3<sup>e</sup> année</b>	<p style="text-align: center;"><b>Graphe</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Degré, distance, chaîne, cycle</li> <li>– Graphe : orienté, valué (pondéré)</li> </ul>		